CLASA a VI-a
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Problema 1.

a) Determinaţi numerele naturale a şi b ştiind că $a \cdot b = 1815$ şi $(a, b) = 11$.

b) Arătaţi că numărul $a = 1 + 5^1 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^{98}$ este divizibil cu 31.

Prof. **Anca Monica Vanţ**, Şcoala Gimnazială "Mircea Eliade", Satu Mare

a)	(a,b) = 11 ⇒ a = 11m , b = 11n , (m , n) = 1	**4p**
	11m·11n = 1815	**2p**
	121mn = 1815 ⇒ mn = 15	**2p**
	Din (m , n) = 1 şi mn = 15 avem: (1) m = 1 şi n = 15 sau (2) m= 3 şi n= 5	**2p**
	(1) a = 11, b = 165; (2) a = 33, b = 55; (3) a = 165, b = 11; (4) a = 55, b =33	**2p**
b)	Observăm că $1 + 5^1 + 5^2 = 31$, deci suma primilor 3 termeni este multiplu al lui 31	**2p**
	$5^3 + 5^4 + 5^5 = 5^3(1 + 5^1 + 5^2) = 5^3 \cdot 31$	**2p**
	………………………………………………….. $5^{96} + 5^{97} + 5^{98} = 5^{96}(1 + 5^1 + 5^2) = 5^{96} \cdot 31$	**3p**
	a este o sumă de 99 termeni deci avem 33 de grupe de câte 3 termeni.	**1,5p**
	$a = 31 + 5^3 \cdot 31 + \ldots\ldots + 5^{96} \cdot 31 = 31 \cdot (1 + 5^3 + \ldots\ldots + 5^{96}) = 31k$, deci $31/a$.	**2p**

Problema 2.

a) Arătați că numărul 300 poate fi scris ca sumă a patru pătrate perfecte.

b) Arătați că există patru fracții distincte x, y, z, t, care nu sunt numere naturale, astfel încât $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 3$.

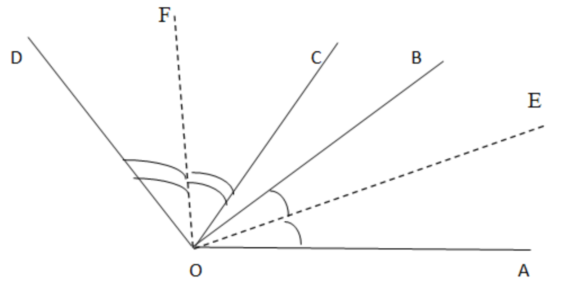
Prof. **Gigel Buth**, Colegiul Național "Doamna Stanca" Satu Mare

a)	$2^2 + 6^2 + 8^2 + 14^2 = 300$	**6p**
b)	$4 + 36 + 64 + 196 = 300$, de unde $0{,}04 + 0{,}36 + 0{,}64 + 1{,}96 = 3$	**8p**
	echivalent cu $(0{,}2)^2 + (0{,}6)^2 + (0{,}8)^2 + (1{,}4)^2 = 3$	**6,5p**
	deci $x = 0{,}2$, $y = 0{,}6$, $z = 0{,}8$, $t = 1{,}4$.	**2p**

Problema3.

Fie punctele O, A, B, C, D astfel încât $m(\sphericalangle AOD) = 140^{\circ}$, B și C se află în interiorul unghiului AOD, B se află în interiorul unghiului AOC, C se află în interiorul unghiului BOD, $b \cdot m(\sphericalangle AOB) = a \cdot m(\sphericalangle BOC)$ și $c \cdot m(\sphericalangle BOC) = b \cdot m(\sphericalangle COD)$, unde a, b, c sunt numere prime distincte, astfel încât $7a + 14b + 2c = 77$. Dacă OE este bisectoarea unghiului AOB și OF este bisectoarea unghiului COD, calculați măsura unghiului EOF.

Prof. **Bianca Nica**, Școala Gimnazială "Avram Iancu", Satu Mare



Figură realizată corect	**2p**
$2c = 7(11 - a - 2b) \vdots 7 \Rightarrow c = 7.$	**5p**
$a + 2b = 9$, de unde $a = 5$, $b = 2$.	**4p**
Dacă $m(\sphericalangle AOB) = x, m(\sphericalangle BOC) = y, m(\sphericalangle COD) = 140° - x - y$, deducem relațiile: $2x = 5y$ și $7y = 280° - 2x - 2y$,	**6p**
$y = 20°, x = 50°, m(\sphericalangle COD) = 70°$.	**3p**
$m(\sphericalangle EOF) = \frac{50}{2} + 20 + \frac{70}{2} = 80°$.	**2,5p**

Problema 4.

Fie $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{15}$ puncte distincte în plan și dreapta d pe care sunt situate punctele A_1, A_2, $A_3, \ldots$, A_7, celelalte 8 fiind exterioare dreptei d. Orice dreaptă diferită de d conține cel mult două puncte dintre cele 15 date. Aflați numărul dreptelor determinate de cele 15 puncte.

Adaptare Gazeta matematică, nr. 9/ 2025

Sunt $7 \cdot 8 = 56$ drepte de forma A_iA_j, $i \in \{1, 2, \ldots, 7\}$, $i \in \{8, 9, \ldots, 15\}$	**10p**
Sunt $1 + 2 + 3 + \cdots + 7 = 28$ drepte de forma A_iA_j, $i, j \in \{8, 9, \ldots, 15\}$, $i < j$	**10p**
În total sunt $56 + 28 + 1 = 85$ de drepte.	**2,5p**

OBS. Orice rezolvare corectă și diferită de cea din barem se va puncta corespunzător!