CLASA a V-a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

Se dau numerele $x = \left(3^0 + 4^{10} : 2^{18} - 3^5 : 3^{2^2}\right)^{90}$ şi $y = [960 : 24 - (8^2 : 2^3 + 2 \cdot 3^2 - 65 : 5)]^{20}$

a) Comparaţi numerele x şi y.

b) Stabiliţi dacă numărul $a = 3x + y$ este pătrat perfect.

Prof. **Anca Monica Vanț**, Şcoala Gimnazială „Mircea Eliade", Satu Mare

a)	$x = \left[1 + \left(2^2\right)^{10} : 2^{18} - 3^5 : 3^4\right]^{90}$	4p
	$x = \left(1 + 2^{20} : 2^{18} - 3\right)^{90} = \left(1 + 2^2 - 3\right)^{90} = (1 + 4 - 3)^{90} = 2^{90}$	4p
	$y = [40 - (64 : 8 + 2 \cdot 9 - 13)]^{20} = [40 - (8 + 18 - 13)]^{20} = (40 - 13)^{20} = 27^{20} = 3^{60}$	4p
	$\left.\begin{array}{l} x = \left(2^3\right)^{30} = 8^{30} \\ y = \left(3^2\right)^{30} = 9^{30} \end{array}\right\} \Rightarrow x < y$	4p
b)	$U(x) = U\left(2^{90}\right) = U\left(2^2\right) = 4 \Rightarrow U(3x) = 2$	4p
	$U(y) = U\left(3^{60}\right) = U\left(3^4\right) = 1 \Rightarrow U(a) = U(3x + y) = 3 \Rightarrow$ a nu este pătrat perfect	2,5p

Problema 2.

a) Să se determine numerele pare de forma $\overline{abcd}$, știind că $\overline{abcd}$ împărțit la $\overline{cdb}$ se obține câtul 7 și restul $\overline{cbd}$.

Prof. **Virgil Pop**, Şcoala Gimnazială „Lucian Blaga", Satu Mare

a) Un număr natural n dă restul 2 prin împărţire la 3 şi restul 3 prin împărţire la 8. Să se afle restul împărţirii numărului n la 24.

Prof. **Camelia Rebic**, Şcoala Gimnazială „Lucian Blaga", Satu Mare

a)	$\overline{abcd} = 7 \cdot \overline{cdb} + \overline{cbd} \Rightarrow 1000a + 100b + 10c + d = 700c + 70d + 7b + 100c + 10b + d \Rightarrow 1000a + 83b = 790c + 70d$ (1).	3p
	Se observă ultima cifră din membrul drept este 0, deci si ultima cifră din membrul stâng va fi tot 0 $\Rightarrow b = 0$	3p
	Relația (1) se împarte cu 10 și devine $100a = 79c + 7d$	1p
	Se observă ca valoarea maximă pe care o poate lua $79c + 7d$ este 767, deci $a \leq 7$	2p
	Variantele care convin sunt	2,5p

	1. a = c = 1; d = 3 ⇒ $\overline{abcd} = 1013$ 2. a = c = 2; d = 6 ⇒ $\overline{abcd} = 2026$ 3. a = c = 3; d = 9 ⇒ $\overline{abcd} = 3039$ Dar $\overline{abcd}$ este par, deci singura variantă corectă este $\overline{abcd}$ = 2026	
b)	$n = 3C_1 + 2 \quad (1);\ \ n = 8C_2 + 3 \ \ (2)$	2p
	C_2 dă unul din resturile 0; 1 sau 2 prin împărţire la 3, deci $C_2 = 3C + r$, cu $0 \leq r \leq 2$; Înlocuind în relaţia $(2) \Rightarrow n = 24C + (8r + 3)$	3p
	$n = 3 \cdot (8C) + (8r + 3)$	3p
	Pentru $r = 0 \Rightarrow n = 3 \cdot (8C) + 3 = 3(8C + 1)$, contradicţie cu (1) Pentru $r = 1 \Rightarrow n = 3 \cdot (8C) + 11 = 3(8C + 3) + 2$, care convine Cum restul unei împărţiri este unic $\Rightarrow n = 24C + 11$	3p

Problema 3.

Știind că două mingi, trei baloane și șapte creioane costă 86 lei, trei mingi, cinci baloane și două creioane costă 98 lei, iar cinci mingi si nouă baloane costă 154 lei, determinați prețul unei mingi, prețul unui balon și prețul unui creion.

Prof. **Lorena Pop**, Şcoala Gimnazială „Grigore Moisil”, Satu Mare

Met I: Notăm: m – prețul unei mingi, b – prețul unui balon, c – prețul unui creion $2m + 3b + 7c = 86\,(1);\ \ 3m + 5b + 2c = 98\,(2);$ $5m + 9b = 154\,(3)$ Înmulțim relația (1) cu 2 și relația (2) cu 7 obținem: $4m + 6b + 14c = 172$ și $21m + 35b + 14c = 686$	4p
Scădem relațiile obținute și se obține că $17m + 29b = 514\,(4)$	4p
Din relația (4) scădem relația (3) și obținem $12m + 20b = 360\,\vert : 4 \Rightarrow 3m + 5b = 90\,(5)$	4,5p
Din relațiile (2) și (5) obținem că $190 + 2c = 98 \Rightarrow c = 4$	5p
Inlocuind în relațiile (1) și (2) se obține $m = 20$ și $b = 6$	5p
Met II: Problema poate fi rezolvată și prin metoda comparației, păstrând aceeași distribuție a punctajelor	

Problema 4.

Se consideră numerele

$A = 1 + 7^1 + 7^2 + \cdots + 7^{2024}$ şi $B = 7^1 + 7^2 + \cdots + 7^{2024} + 9^n + 4^{n+2}$

a) Aflaţi ultimele două cifre ale lui *A*

b) Arătati că *B* nu poate fi pătrat perfect, indiferent de valoarea numărului natural *n*.

Supliment Gazeta Matematică nr 11 / 2025

a)	$7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 2800$	**4p**
	Suma *A* are 2025 termeni	**1p**
	$A = 1 + 2800(1 + 7^4 + 7^8 + \cdots + 7^{2020})$	**4p**
	Ultimele două cifre ale numărului $2800(1 + 7^4 + 7^8 + \cdots + 7^{2020})$ sunt Zerouri	**1p**
	Ultimele două cifre ale numărului *A* sunt 0 şi 1	**1,5p**
b)	Ultima cifră a numărului $7^1 + 7^2 + \cdots + 7^{2024}$ este 0	**1p**
	Dacă *n* este par, ultima cifră a numărului 9^n este 1, iar a numărului 4^{n+2} este 6, deci ultima cifră a lui *B* este 7	**4p**
	Dacă *n* este impar, ultima cifră a numărului 9^n este 9, iar a numărului 4^{n+2} este 4, deci ultima cifră a lui *B* este 3	**4p**
	Un număr care are ultima cifră 3 sau 7 nu este pătrat perfect	**2p**

OBS. Orice rezolvare corectă și diferită de cea din barem se va puncta corespunzător!