CLASA a V-a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

a) Să se calculeze valoarea expresiei:

$$\boldsymbol{E = 4 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2) - 2024}.$$

b) Să se scrie numărul 2024 ca suma pătratelor a 11 numere naturale pare consecutive.

Barem de notare:

a)	$E = 4 \cdot (1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 + 121) - 2024$	1p
	$4 \cdot 506 - 2024 = 2024 - 2024 = 0.$	2p
b)	Din punctul a) rezultă că $4 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2) - 2024 = 0$	1p
	$2^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 + 11^2) = 2024$, de unde	1p
	$2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2 + 12^2 + 14^2 + 16^2 + 18^2 + 20^2 + 22^2 = 2024.$	2p

Problema 2.

a) Determinați numărul natural $\boldsymbol{n}$ astfel încât:

$$\boldsymbol{2^{n+3} \cdot 25 + 2^{n+2} \cdot 9 - 2^{n+1} + 2^n \cdot 19 = 2024.}$$

b) Determinați numerele de forma $\boldsymbol{\overline{abcd}}$ știind că: $\boldsymbol{11 \cdot (\overline{abc} + d) + 11^d = 2024}$.

Barem de notare:

a)	$2^n \cdot (200 + 36 - 2 + 19) = 2024$	1p
	$2^n = 8$	1p
	$n = 3$	1p
b)	$11^d < 2024 \Rightarrow d \in \{0, 1, 2, 3\}$ $d = 0$ nu convine	1p
	$d = 1 \Rightarrow 11 \cdot (\overline{abc} + 1) = 2013, \overline{abc} + 1 = 183, \overline{abc} = 182$	1p
	$d = 2 \Rightarrow 11 \cdot (\overline{abc} + 2) = 1903, \overline{abc} + 2 = 173, \overline{abc} = 171$	1p
	$d = 3 \Rightarrow 11 \cdot (\overline{abc} + 3) = 693, \overline{abc} + 3 = 63,$ nu convine. Soluții: 1821, 1712	1p

Problema 3.

Să se determine numerele prime p pentru care numerele $p^2 + p + 1$ și $p^2 - p + 1$ sunt numere prime.

Barem de notare:

Pentru $p = 2$ se obține că $p^2 - p + 1 = 3$ și $p^2 + p + 1 = 7$ sunt numere prime.	1p
Pentru $p = 3$ se obține că $p^2 - p + 1 = 7$ și $p^2 + p + 1 = 13$ sunt numere prime. Pentru $p = 5$ se obține că $p^2 - p + 1 = 21$ care nu este număr prim.	2p
Dacă $p > 5$ considerăm toate numerele prime p de forma $M_3 + 1$ sau $M_3 + 2$ și folosim formula $(M_a + b)^n = M_a + b^n$.	1p
Dacă $p = M_3 + 1$ cu $p > 5$ atunci $p^2 + p + 1 > 31$ $p^2 + p + 1 = (M_3 + 1)^2 + (M_3 + 1) + 1 = M_3 + 1 + M_3 + 1 + 1 = M_3$ mai mare decât 31, care nu este prim.	1p
Dacă $p = M_3 + 2$ cu $p > 5$ atunci $p^2 - p + 1 > 21$ $p^2 - p + 1 = (M_3 + 2)^2 - (M_3 + 2) + 1 = M_3 + 1 - M_3 - 2 + 1 = M_3$ mai mare decât 21, care nu este prim.	1p
Problema are două soluții $p = 2$ și $p = 3$	1p

Problema 4.

a) **Câte numere naturale de patru cifre $\overline{abcd}$ dau câtul 101 și restul 4 la împărțirea cu $\overline{ab}$?**

b) **Rareș scrie pe o hârtie toate acele numere de la punctul a) care au exact trei cifre identice și observă că există o cifră care nu a fost scrisă. Care este aceea?**

Barem de notare:

a)	Aplicăm teorema împărțirii cu rest $\overline{abcd} = 101 \cdot \overline{ab} + 4$	1p
	$100 \cdot \overline{ab} + \overline{cd} = 101 \cdot \overline{ab} + 4 \Longrightarrow \overline{cd} = \overline{ab} + 4$	2p
	$\overline{ab}$ poate lua valori convenabile de la 10 până la 95 . $\overline{cd}$ poate lua valori convenabile de la 14 până la 99 . $\overline{abcd}$ poate lua astfel 86 de valori.	2p
b)	Numerele scrise sunt 1115, 2226, 3337, 4448, 5559, 4044, 5155, 6266, 7377, 8488, 9599	1p
	Toate cifrele au fost scrise.	1p

OBS. Orice rezolvare corectă și diferită de cea din barem se va puncta corespunzător!